Sujet N°1

Exercice1 :Pour chacune des trois propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse, et donner une justification de la réponse choisie. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \sqrt{7u_n}$.

Proposition 1 : « Pour tout entier naturel n, on a $0 \leq u_n \leq 7$ ».

Proposition2 :La suite (u_n) est convergente et converge vers 7

2-Soit $z = \sqrt{2} + i\sqrt{3}$.

Proposition 3 : $|z| = \sqrt{5}$

Proposition 4 : Le point M d'affixe z appartient au cercle (C) de centre $A(\sqrt{2} ; 0)$ et de rayon 3.

Exercice 2:

On pose $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n(x)dx$

1)Calculer I_0 et I_1.

2-a)Montrer que la suite $(I_n)_{n \in IN}$ est décroissante et à termes positifs. En déduire qu'elle est convergente.

b)Trouver une relation entre I_n et I_{n+2}.

3-a)Exprimer I_{2n} et I_{2n+1} en fonction de n.

b)On admet que I_{2n} et I_{2n+1} ont la même limite quand n tend vers $+\infty$.

Exprimer : $\frac{I_{2n+1}}{I_{2n}}$ en fonction de n.

c)Montrer que $\frac{\pi}{2}$ est la limite d'une suite réelle à déterminer.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn